УДК 656.022

МОДЕЛЬ АНАЛИЗА ОБСЛУЖИВАНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ СЕТИ МАРШРУТОВ ГОРОДСКОГО ПАССАЖИРСКОГО ТРАНСПОРТА

[1]Акенов С.Ш., [1]Баймульдин М.К., [2]Яворский В.В.

[1]Карагандинский государственный технический университет, Караганда, e-mail: kstu@kstu.kz
[2]Карагандинский государственный индустриальный университет, Темиртау, e-mail: yavorskiy-v-v@mail.ru

В статье представлена математическая модель анализа маршрутной сети пассажирского транспорта. Приведены модели определения интенсивности потоков пассажиров на маршруте для разных режимов функционирования транспорта.

Ключевые слова: диспетчерское управление, пассажирский транспорт, система управления, пассажиропоток, навигация.

THE ANALYSIS MODEL OF SERVICE AND DESIGN OF CITY PASSENGER TRANSPORT ROUTES NETWORK

[1]Akenov S.Sh., [1]Baimuldin M.K., [2]Yavorskiy V.V.

[1]Karaganda state technical university, Karaganda, e-mail: kstu@kstu.kz
[2]Karaganda state industrial university, Temirtau, e-mail: yavorskiy-v-v@mail.ru

The article presents a mathematical model analysis of the route network of passenger transport. Model for determining the intensity of flows of passengers on the route for different modes of transport is represented.

Keywords: Supervisory control, passenger transport, control system, passenger, navigation.

При решении задачи проектирования сети маршрутов необходимо исходить из необходимости достижения на этой сети наиболее высокого уровня эффективности функционирования системы пассажирского транспорта. Определение критерия качества функционирования пассажирского транспорта связано с моделированием процессов, возникающих при функционировании системы, и, прежде всего, с моделированием распределения пассажиропотоков, которые в свою очередь, зависят от интенсивности движения транспортных средств на маршрутах. Все это предопределяет необходимость совместного решения задачи проектирования маршрутной сети и определения количества транспортных единиц на отдельных маршрутах.

В этом плане можно предложить следующую постановку задачи проектирования маршрутной сети. Пусть P – множество всех возможных цепей на графе заданной транспортной сети, каждая из которых потенциально может являться маршрутом, а $Ц$ – множество целых неотрицательных чисел, соответствующих возможному числу транспортных единиц на маршруте. Необходимо найти отображение $Ф$ – множества P в $Ц$, оптимизирующее критерий качества функционирования транспортной системы:

$$F = F\,(Ф, L, S, Л), \qquad (1)$$

где L, S, $Л$ – соответственно, параметры графа транспортной сети, эксплуатационные характеристики транспортной системы и параметры потенциальных пассажиропотоков.

Критерий качества функционирования транспортной системы F – это комплексная оценка уровня удовлетворения потребности населения в маршрутизированных перевозках при определенном уровне затрат $А$ и доходности $Д$.

Очевидно, что основной и наиболее легко формализуемой составляющей параметра, непосредственно зависящей от сети, является составляющая времени, затрачиваемого населением на перемещение Т. Суммарные затраты времени на перемещения складываются из времени, затрачиваемого на перемещение каждым жителем города t за рассматриваемый период, которое в свою очередь является суммой времени по всем единичным актам перемещения, совершаемым индивидуумом:

$$t = t_{пш} + t_{ож} + t_{п} + t_{пер}\,, \qquad (2)$$

где $t_{пш}$, $t_{ож}$, $t_{п}$, $t_{пер}$ – соответственно, время, затрачиваемое на пеший подход к остановкам сети ГПТ, или пешее перемещение, время ожидания транспортной единицы, проезд и пересадки. На обеспечение уровня обслуживания Θ система ГПТ несет затраты $A(\Theta)$, а также получает доход перевозок $\Delta[\Theta]$. Разность величины $\Delta[\Theta]$ и $A(\Theta)$ является достаточно полной характеристикой уровня эффективности использования транспортных ресурсов.

С использованием характеристики Т, A[Θ], Δ[Θ] может быть также построен следующий критерий качества функционирования, который выражает общие затраты, возникающие при функционировании системы ГПТ:

$$F = A - \Delta + \alpha T, \qquad (3)$$

где α – оценка стоимости для системы (общества, города) одного часа затрат времени на передвижение. Определение данной величины – весьма важная задача в условиях рыночной экономики.

Для оценки уровня транспортного обслуживания, а также значений затрат и доходов прежде всего необходимо задание двух основных параметров маршрутной транспортной системы: числа транспортных единиц (ТЕ) в системе – R и самой маршрутной сети. Основными параметрами системы, относящимися к актуальной среде, являются характеристики потенциальных пассажиропотоков и улично-дорожной сети города, которые при решении задачи проектирования сети можно считать заданными.

Определение общего критерия оптимальности для системы ГПТ в форме (1), а также приведенные два варианта содержательной постановки задача проектирования сети ГПТ позволяют непосредственно перейти к формальной постановке задачи и разработке методик ее решения.

Очевидно, что поставленная в виде (1) задачи даже для простых систем имеет очень большую размерность, не допускающую прямое решение. С другой стороны, очевидно, что подавляющее число маршрутов из P при оптимальном отображении получит нулевой ресурс ТЕ. Целесообразным, в связи с этим, является выделение двух этапов решения задачи проектирования сети ГПТ. На первом этапе с помощью некоторых правил предпочтения отбираются наиболее приемлемые варианты маршрутов, а на втором – производится анализ полученной избыточной системы и окончательный отбор маршрутов.

На этапе формирования избыточной системы маршрутов решаются следующие задачи:

1) анализ структуры пассажиропотоков в городе и их распределение по улично-дорожной сети;

2) определение подмножеств транспортных районов (ТЕ) в маршрутах, соединяемых одним маршрутом;

3) определение последовательности прохождения ТР в маршруте.

На этапе анализа избыточной совокупности маршрутов возможно решение следующих задач:

1) анализ процессов функционирования на отдельных маршрутах;

2) определение рационального числа ТЕ на маршрутах избыточной совокупности;

3) распределение заданного числа ТЕ по маршрутам избыточной совокупности.

Решение всех перечисленных задач необходимо проводить в общем случае по критерию, оценивающему качество функционирования, системы ГПТ.

После построения избыточной системы маршрутов необходимо переходить к второму этапу проектирования сети ГПТ, на втором определяется рациональное число ТЕ на каждом маршруте либо рациональные распределение заданного числа ТЕ по маршрутам. Для решения этих задач по критерию качества функционирования системы ГПТ необходимо моделировать процессы, возникающие в сети маршрутов. По результатам решения этих задач корректируется исходное множество маршрутов за счет исключения тех из них, которые при оптимальном распределении получают нулевой ресурс ТЕ.

Параметры реальных пассажиропотоков при заданных характеристиках транспортного ресурса на маршрутах определяются параметрами потенциальных пассажиропотоков, а также стратегией, которой руководствуются пассажиры при выборе пути следования. Параметры пассажиропотока рассчитываются по маршрутам в утренний час пик с 8 до 9 часов утра. Оптимизация маршрутов, доход, расход рассчитываются в зависимости от неравномерности пассажиропотока. Параметры дохода и расхода рассчитываются за год.

Задаём маршрут множеством остановок $i = \overline{0, n}$, образующим упорядоченное множество пар *(i, i + 1)* перегонов прямого направления. Потенциальные потоки пассажиров на основном маршруте задаются матрицей корреспонденции для маршрута, элемент которой λ_{ij} – интенсивность пассажиропотока с остановки i на остановку j. Суммарную интенсивность потока пассажиров, совершающих посадку в прямом и обратном направлении, с остановками i обозначим соответственно λ_i и λ_i':

$$\lambda_i = \sum_{j=i}^{n} \lambda_{ij} \ , \qquad (4)$$

$$\lambda_i' = \sum_{j=0}^{i} \lambda_{ij} \ , \qquad (5)$$

Для получения параметров реальных пассажиропотоков и характеристик транспортного обслуживания необходимо изучать эти характеристики последовательно для каждой остановки и перегона маршрута в прямом и обратном направлениях. После этого могут быть получены суммарные параметры и характеристики, в том числе такие, как интенсивность потока обслуживаемых пассажиров $П^б$, пассажиров, получивших отказ $П^{отк}$, затраты времени ожидания $T^{ож}$ и затраты времени проезда $T^{пр}$:

$$П^б = \sum_{i=0}^{n} П^б{}_i , \qquad (6)$$

$$П^{отк} = \sum_{i=0}^{n} \lambda_i - П^б , \qquad (7)$$

$$T^{ож} = \sum_{i=0}^{n} T^{ож}{}_i , \qquad (8)$$

$$T^{пр} = \sum_{i=0}^{n} П(i,i+1) \cdot \frac{l(i,i+1)}{\upsilon_T} , \qquad (9)$$

где $П^б{}_i$ и $T^{ож}{}_i$ – соответственно, интенсивность потока пассажиров, осуществляющих посадки и суммарные затраты времени ожидания пассажиров на i-ой остановке в прямом направлении $П(i, i + 1)$, $l(i, i + 1)$ – интенсивность пассажиропотока и длина перегона маршрута $(i, i + 1)$, а υ_T – средняя скорость транспортной единицы.

Будем рассматривать остановку маршрута ГПТ как систему массового обслуживания. Входящим потоком требований на обслуживание в данном случае является потенциальный пассажиропоток на остановку [6]. Этот поток будем считать пуассоновским. Пуассоновское распределение пассажиропотока представлено на рисунке 1.

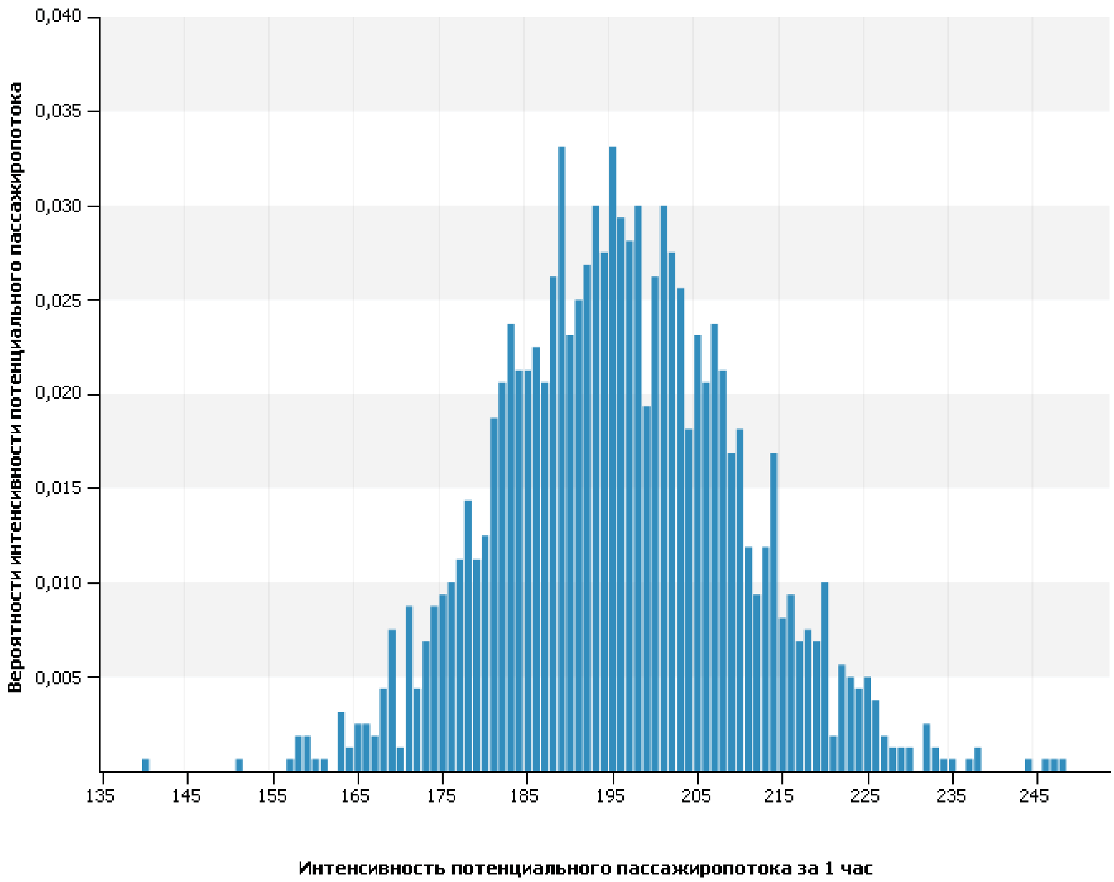

Рис. Пуассоновское распределение интенсивности потенциального пассажиропотока

На остановке из поступающих пассажиров формируется очередь. При этом считается, что если время ожидания пассажира превысит некоторую величину $t^M_{ож}$, то поступает отказ в обслуживании 15. Обслуживающим устройством является ТЕ, которые пребывают на остановку через временной интервал t, распределённый по некоторому закону $b(t)$ с математическим ожиданием m_t. В случае идеальной регулярности движения ТЕ по маршруту равно постоянной величине τ:

$$m_t = \tau = \frac{2l}{r\upsilon_T}, \qquad (10)$$

где l и r – соответственно, длина маршрута и число транспортных единиц на маршруте.

Пассажиры, ожидающие транспортную единицу на остановке i, обслуживаются группами, не превосходящими определённого числа S_i, где S_i – случайная величина, зависящая от вместимости транспортной единицы и того, на сколько транспортная единица загружена.

Таким образом, остановку маршрута городского пассажирского транспорта можно рассматривать как систему массового обслуживания с отказами по максимально допустимому времени ожидания $t^M_{ож}$, пуассоновским входящим потоком и произвольно распределённым временем обслуживания. При этом обслуживание происходит группами, не превосходящими случайной величины S_i.

Будем рассматривать процесс обслуживания на остановке ГПТ в нескольких характерных условиях режимах функционирования и, находя вероятности возникновения этих режимов, определять средние параметры. Обозначим μ_i интенсивность поступающих на остановку $i = \overline{0,n}$ транзитных пассажиров, которую будем определять при последовательном рассмотрении остановок по формуле:

$$\mu_i = П(i-1,i) - П^{в}{}_i \quad i = \overline{1,n}\ , \qquad (11)$$

Здесь $П^{в}{}_i$ – интенсивность потока выходящих на i-ой остановке пассажиров, которая определяется по формуле:

$$П^{в}{}_i = \sum_{j=0}^{i-1} \lambda ji \cdot \frac{П^{б}{}_j}{\lambda_j} \quad i = \overline{1,n}\ , \qquad (12)$$

а $П(i, i + 1)$ рассчитывается по формуле (13):

$$П(i,i+1) = П(i-1,i) - П^{в}{}_i + П^{б}{}_i \quad i = \overline{0,n-1}$$

Формулу 4.9 можно представить в виде:

$$\mu_i = \sum_{j=1}^{i-1} П^{б}{}_j - \sum_{j-1}^{i} П^{в}{}_j\ , \qquad (14)$$

Таким образом, поток транзитных пассажиров на остановке является комбинацией потоков обслуженных пассажиров на остановках и потоков выходящих пассажиров, которые формируются пуассоновскими потоками, ограниченными величиной H – вместимость ТЕ.

Исследуем функционирование остановки маршрута городского пассажирского транспорта в четырёх условных режимах, рассматривая её как систему массового обслуживания:

1) обслуживание без отказов

$$t \le t^{M}{}_{ож}\ ,\ \lambda_i t \le \mathrm{H} - \mu_i t\ , \qquad (15)$$

2) обслуживание с отказами из-за постоянного переполнения

$$t \le t^{M}{}_{ож}\ ,\ \lambda_i t > \mathrm{H} - \mu_i t\ , \qquad (16)$$

3) обслуживание с отказами из-за большого интервала между транспортными единицами

$$t > t^{M}{}_{ож}\ ,\ \lambda_i t \le \mathrm{H} - \mu_i t\ , \qquad (17)$$

4) обслуживание с отказами из-за большого интервала между транспортными единицами и переполнением

$$t > t^{M}{}_{ож}\ ,\ \lambda_i t > \mathrm{H} - \mu_i t\ , \qquad (18)$$

В процессе функционирования маршрута на остановке могут возникать четыре указанных режима.

Вероятность возникновения на остановке $i = \overline{0,n}$ первого режима:

$$P_{1i} = e^{-\lambda_i \tau} \frac{\sum_{m=0}^{\mathrm{H}} \frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum_{S=0}^{\mathrm{H}-m} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!}}{\sum_{S=0}^{\mathrm{H}} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!}}, \qquad (19)$$

второго режима:

$$P_{2i} = e^{-\lambda_i \tau} \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum_{S=\max\{0,\mathrm{H}-m\}}^{\mathrm{H}} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!}}{\sum_{S=0}^{\mathrm{H}} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!}}, \qquad (20)$$

третьего режима (21):

$$P_{1i} = e^{-\lambda_i t^{M}{}_{\text{îæ}}} \frac{\sum_{m=0}^{\mathrm{H}} \frac{(\lambda_i t^{M}{}_{\text{îæ}})^m}{m!} \sum_{S=0}^{\mathrm{H}-m} \frac{(\mu_i t^{M}{}_{\text{îæ}})^S}{S!}}{\sum_{S=0}^{\mathrm{H}} \frac{(\mu_i t^{M}{}_{\text{îæ}})^S}{S!}},$$

четвёртого режима (22):

$$P_{2i} = e^{-\lambda_i t^{M}{}_{\text{îæ}}} \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda_i t^{M}{}_{\text{îæ}})^m}{m!} \sum_{S=\max\{0,\mathrm{H}-m\}}^{\mathrm{H}} \frac{(\mu_i t^{M}{}_{\text{îæ}})^S}{S!}}{\sum_{S=0}^{\mathrm{H}} \frac{(\mu_i t^{M}{}_{\text{îæ}})^S}{S!}},$$

Условные интенсивности потенциального потока пассажиров и потока транзитных пассажиров по режимам можно вычислить по формулам:

$$\lambda_{1i} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\sum\limits_{m=0}^{H} \left[\frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum\limits_{S=0}^{H-m} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!} \cdot m \right]}{\sum\limits_{m=0}^{H} \frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum\limits_{S=0}^{H-m} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!}}, \quad (23)$$

$$\mu_{1i} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\sum\limits_{m=0}^{H} \left[\frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum\limits_{S=0}^{H-m} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!} \cdot S \right]}{\sum\limits_{m=0}^{H} \frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum\limits_{S=0}^{H-m} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!}}, \quad (24)$$

$$\lambda_{2i} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty} \left[\frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum\limits_{S=\max\{0, H-m\}}^{H} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!} \cdot m \right]}{\sum\limits_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum\limits_{S=\max\{0, H-m\}}^{H} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!}}, \quad (25)$$

$$\mu_{2i} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty} \left[\frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum\limits_{S=\max\{0, H-m\}}^{H} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!} \cdot S \right]}{\sum\limits_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda_i \tau)^m}{m!} \sum\limits_{S=\max\{0, H-m\}}^{H} \frac{(\mu_i \tau)^S}{S!}}, \quad (26)$$

$$\lambda_{3i} = \frac{1}{t^{M}_{\hat{\imath}æ}} \cdot \frac{\sum\limits_{m=0}^{H} \left[\frac{(\lambda_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^m}{m!} \sum\limits_{S=0}^{H-m} \frac{(\mu_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^S}{S!} \cdot m \right]}{\sum\limits_{m=0}^{H} \frac{(\lambda_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^m}{m!} \sum\limits_{S=0}^{H-m} \frac{(\mu_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^S}{S!}}, \quad (27)$$

$$\mu_{3i} = \frac{1}{t^{M}_{\hat{\imath}æ}} \cdot \frac{\sum\limits_{m=0}^{H} \left[\frac{(\lambda_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^m}{m!} \sum\limits_{S=0}^{H-m} \frac{(\mu_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^S}{S!} \cdot S \right]}{\sum\limits_{m=0}^{H} \frac{(\lambda_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^m}{m!} \sum\limits_{S=0}^{H-m} \frac{(\mu_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^S}{S!}}, \quad (28)$$

$$\lambda_{4i} = \frac{1}{t^{M}_{\hat{\imath}æ}} \cdot \frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty} \left[\frac{(\lambda_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^m}{m!} \sum\limits_{S=\max\{0, H-m\}}^{H} \frac{(\mu_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^S}{S!} \cdot m \right]}{\sum\limits_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^m}{m!} \sum\limits_{S=\max\{0, H-m\}}^{H} \frac{(\mu_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^S}{S!}}, \quad (29)$$

$$\mu_{4i} = \frac{1}{t^{M}_{\hat{\imath}æ}} \cdot \frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty} \left[\frac{(\lambda_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^m}{m!} \sum\limits_{S=\max\{0, H-m\}}^{H} \frac{(\mu_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^S}{S!} \cdot S \right]}{\sum\limits_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^m}{m!} \sum\limits_{S=\max\{0, H-m\}}^{H} \frac{(\mu_i t^{M}_{\hat{\imath}æ})^S}{S!}}, \quad (30)$$

В условиях первого режима функционирования на остановке интенсивность потока обслуженных пассажиров равна интенсивности потенциального потока:

$$П^{б}{}_{i} = \lambda_{1i}\ , \quad (31)$$

В случае, если на остановке установиться второй режим функционирования интенсивность потока обслуженных пассажиров:

$$\ddot{I}^{\acute{a}}{}_{2i} = \frac{H - \mu_{2i} m_t}{m_t}\ , \quad (32)$$

аналогично, в четвёртом режиме:

$$П^{б}_{4i} = \frac{Н - \mu_{4i} m_t}{m_t}, \qquad (33)$$

При третьем режиме интенсивность:

$$П^{б}_{3i} = \lambda_{3i} \frac{t^{М}_{ож}}{m_t}, \qquad (34)$$

Среднее время ожидания одного пассажира, в случае, если на остановке маршрута установился первый режим функционирования:

$$t^{ож}_{1i} = \frac{m_t}{2}, \qquad (35)$$

суммарные же затраты времени ожидания для первого режима функционирования можно оценить по формуле:

$$T^{ож}_{1i} = \frac{m_t \lambda_{1i}}{2}, \qquad (36)$$

Среднее время ожидания одного пассажира в случае, если на остановке маршрута установился второй режим функционирования [8]:

$$t^{ож}_{2i} = t^{М}_{ож} - \frac{Н - \mu_{2i} m_t}{2\lambda_{2i}}, \qquad (37)$$

суммарные же затраты времени ожидания для второго режима, можно оценить по формуле (38):

$$T^{ож}_{2i} = П^{б}_{2i} t^{ож}_{2i} = \left(\frac{Н - \mu_{2i} m_t}{m_t} \right) \left(t^{М}_{ож} \quad \frac{Н - \mu_{2i} m_t}{2\lambda_{2i}} \right)$$

Среднее время ожидания пассажира в третьем режиме:

$$t^{ож}_{3i} = \frac{t^{М}_{ож}}{2}, \qquad (39)$$

суммарные затраты времени:

$$T^{ож}_{3i} = \frac{\lambda_{3i} (t^{М}_{ож})^2}{2m_t}, \qquad (40)$$

Для четвёртого условного режима оценки среднего времени ожидания и суммарных затрат соответственно равны:

$$t^{ож}_{4i} = t^{М}_{ож} - \frac{Н - \mu_{4i} m_t}{2\lambda_{4i}}, \qquad (41)$$

$$T^{ож}_{4i} = \frac{Н - \mu_{4i} m_t}{m_t} \left(t^{М}_{ож} - \frac{Н - \mu_{4i} m_t}{2\lambda_{4i}} \right), \qquad (42)$$

Рассмотренная модель маршрута городского пассажирского транспорта позволяет достаточно точно определять параметры реальных пассажиропотоков на маршруте и характеристики транспортного обслуживания.